

数学

数学的活動の充実を目指して

～「数学化」の過程に焦点を当てて～

学習指導要領数学科の目標のとおり、数学的に考える資質・能力を育むために「数学的活動」の充実は欠かせません。特に、数学的活動の初発となる問題発見・設定の場面において、生徒の関与の度合いを高め、主体的な学びの姿を引き出すことが大切です。各地区の実践をもとにその具体を考えてみました。



県中教研 数学部 全県部長
小千谷市立片貝中学校

校長 山本 俊介

数学科において「深い学びにいたる」とは

数学的活動は、「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」です。この過程が図1のようなイメージ図として示されています。

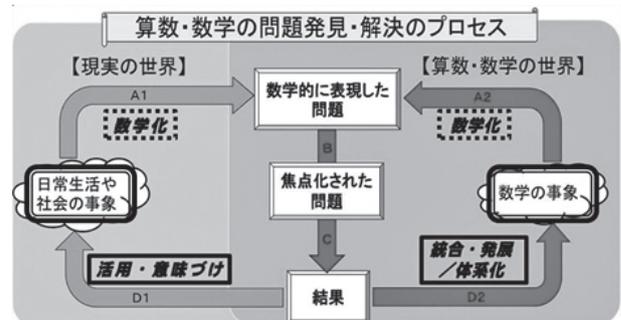
この図をもとにすると「深い学びにいたる」ということを次のように捉えることができます。

～「現実の世界」においては～

問題解決により得られた結果を解釈したり、類似の事象にも活用したりして適用範囲を広げる。
(図中のD1)

～「数学の世界」においては～

問題解決により得られた結果を振り返り、統合的・発展的に考察したり、体系化して捉え直したりする。
(図中のD2)



【図1】

したがって、「深い学びにいたる」ためにはイメージ図に示されたサイクルを意識した授業構想が大切であると考えます。このサイクルを回す上で特に重視すべきは、サイクルのスタートに位置付く問題発見・設定の場面です。この場面で大切なことは、生徒主導、または生徒と教師が合意しながら事象を数学の舞台に上げる「数学化」(図中のA1・A2)のプロセスを丁寧に行うことです。このことにより、生徒の課題への関与度を高め、主体的な課題解決へとつなげることができます。また、生徒は、初発の「日常生活や社会の事象」「数学の事象」をより強く意識して問題解決に取り組みます。よって、解決後にはその事象について振り返ったり、その事象と結果を関連付けたりして学びを深め、広げることができます。この具体については、各地区の1年次研究の実践を例に説明します。

「日常生活や社会の事象」の数学化について

「日常生活や社会の事象」を題材とする場合、数学の世界から離れた所にある事象を生徒自身が「数学的に表現された問題」として数学の舞台に上げるように導入を構想する必要があります。

右図は、上越地区で公開された1学年「比例の利用」の授業をもとに、課題設定の場面を改めて構想したものです。授業は、使用年数と燃料費(累積)との比例関係に注目し、電気自動車とガソリン車のどちらを購入すべきか考えるものです。「車の購入」という日常生活の事象の中から、生徒が数学的な見方・考え方を働かせながら問題を見いだしていきます。

教師が予め数学的に加工した問題を提示して問題解決をスタートするものではありません。現実の世界の事象に対して、生徒が数学的な見方・考え方を働かせながらその中に潜む追究すべき事柄を探り、問題として設定し解決をスタートさせる過程を丁寧に進めることが大切です。

解決後には導き出した結果を踏まえ、初発の事象にもどり車の使用年数を想定しながら車体価格と燃料費の兼ね合いからどちらの車を購入するか検討する学習につなげることも考えられます。

【実践例】1学年「比例・反比例」

日常生活の事象 電気自動車とガソリン車のどちらを購入するか。【生徒】

【教師】 車を購入するとき考えるべきことは？ 生徒が必要となる数値を考えると、電気自動車はガソリン車に比べて、車体価格が高くなるが、燃料費は少ないといえるかな。

	電気自動車	ガソリン車
車体価格	400万円	280万円
燃料費(年額)	3万円	12万円

このデータを基に考えるとどうですか？ 生徒が変量を抽出する

【生徒】 車体価格は購入時に払うので変わらないが、燃料費は使用年数が増えれば変わってくる。

どちらの車を購入するか判断するときに、使用年数が増えると燃料費がどれだけかかることになるか考える必要があるようだ。

数学的に表現した問題

電気自動車とガソリン車について「使用年数」に伴う「燃料費(累積)」の変化の様子を表、式、グラフを利用して比較してみよう。

「数学の事象」の数学化について

「数学の事象」を題材とする場合、始まりは既習事項である場合が多いです。既習事項から生まれた新たな問いをもとに、生徒自身が「数学的に表現された問題」を設定し、追究が始まるように導入を構想します。

右図は、中越地区で公開された2学年「三角形の角」の授業をもとに、課題設定の場面を改めて構想したものです。授業は、三角形の内角の和が 180° であることを既習の図形の性質を使って説明するものです。導入にあたって、まずは既習の「平行線の性質」を同側内角に注目して見つめ直します。そして、このことで得られた図形の角の性質を捉える新たな視点(「角の和が一定である」)で、条件変更をしながら三角形の内角についての追究へとつなげていきます。

既習事項に対して、生徒が数学的な見方・考え方を働かせ、新たな視点で見つめ直したり、違う視点で捉え直したりして、気付いたことをもとに追究すべき新たな問題が生まれてくるようにします。

問題を解決した後は、結果を初発の事象に適用し、右のように既習事項と統合させる学習へとつなげることも考えられます。

【実践例】2学年「いろいろな角と多角形」～三角形の角～

数学の事象 既習の角以外の角(同側内角)についての平行線の性質【生徒】

【教師】 既習の角以外の角についての性質はないだろうか？

$a + b = 180^\circ$ になる。

「角の和が定」という新たな視点

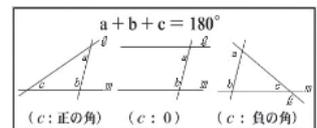
$a + b = 180^\circ$ とはならなくなる。

$a + b + c = 180^\circ$ が言えそうだ。

【生徒】 a と b が平行でない場合でも、新たにできる角を含め「角の和が 180° 」であると言えるか調べてみる必要があるようだ。

数学的に表現した問題

右の図で、 $a + b + c = 180^\circ$ であることを平行線の性質などを使って説明しよう。



数学 重点方針

「数学的な見方・考え方」「数学的活動」をより意識した授業づくりを推進し、数学的に考える資質・能力の育成を目指す。

- 数学的活動における「数学化」の過程を大切にして、「数学的に表現された問題」の設定に生徒が主体的に関わることができるようにする。
- 「数学的な見方」「数学的な考え方」それぞれの側面を踏まえ、数学的活動の適所に「数学的な見方・考え方」を働かせる機会を意図的に設定する。
- 問題発見・解決の過程において働かせた見方・考え方を振り返る場面を設定し、「数学的な見方・考え方」をより豊かなものとして生徒への蓄積を図る。

数学 <上越地区／上越市中教研>

11月12日(火) 研究会開催

研究主題：深い学びに向けた数学的活動の工夫
～批判的思考の育成を目指して～

単元名：「2年：データの分布」

会場校：上越市立城北中学校

公開：1学級

授業者：北 健太郎

指導者：上越教育事務所 指導主事 松浦 康平 様



研究推進責任者
上越市立直江津中学校
鬼木 彩織



教科・領域担当者
上越市立城北中学校
北 健太郎

こんな深い学びの姿を目指します

資料やデータを分析し、その傾向を読み取る活動を通して、多様な考えを認めながら、よりよく解決しようとする姿を目指します。また、他者の説明に対して安易に納得するのではなく、批判的に思考したり、検討したりすることで、数学的な見方・考え方を高めていきます。

主な手立て（「深い学びの20の技法」「生徒の主体的な課題解決過程」との関連）

ポイント1（「深い学びの技法」のNo.5）

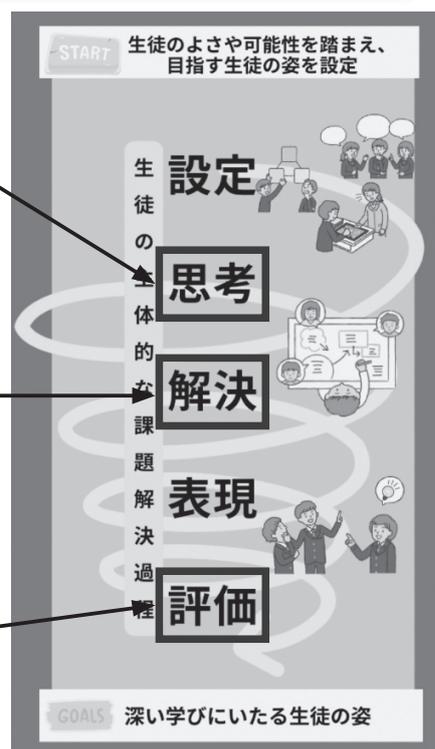
資料やデータに基づいて考察したり、検証したりする。

ポイント2（「深い学びの技法」のNo.9）

学んだ知識や技能を活用して思考したり、表現したりする。

ポイント3（「深い学びの技法」のNo.17）

提示された資料や説明などを批判的に吟味検討する。



単元(題材)の様子

紙飛行機の飛行距離実験を行い、学習者用端末を用いて生徒自身が収集したデータの分析・考察をします。これにより、生徒は与えられたデータを分析するよりも主体的に課題に取り組むものと考えます。また、確定的な答えを導くことが困難な事柄について、その傾向を分析・考察することを通して統計的に問題解決することの有
ポイント1
用性を感じることができると考えます。



実験結果をもとに自分たちの班の紙飛行機のデータについて分析・考察した結果をまとめ、プレゼンテーションを行います。この過程において、箱ひげ図やヒストグラム、代表値などを用いて多面的に傾向を読み取り考察する力を育てます。また、生徒が自分の予想や判断について根拠を明らかにして他者にわかりやすく説明する力も育てます。箱ひげ図などを作成することだけが目的にならないように、不確定な事象を捉え説明することを重視し
ポイント2
ていきます。

他の班のプレゼンテーションを受け、自他の紙飛行機についての分析・考察の結果を比較・検討します。このことにより、他者の考えを聞き、新たな考えを取り入れることで、自分の考えを見つめ直し、再度考えを吟味します。そして、課題の内容や目的に応じて、根拠を明確にしてよりよい判断ができるようにし
ポイント3
ます。



研究会

研究会当日は、ポイント2とポイント3の場面を公開する予定です。

箱ひげ図やヒストグラム、代表値を用いて、それらからデータの分布の傾向を読み取ることで、自他の紙飛行機の飛行距離の実験結果について批判的に考察し、より適切な判断をしていく生徒の様子をご覧ください。



数学 <中越地区／長岡市・三島郡中教研>

11月13日(水) 研究会開催

研究主題：深い学びを実現する指導の工夫
～数学的な見方・考え方を働かせる
学習過程を通して～

単元名：「3年：図形の相似」

会場校：長岡市立刈谷田中学校

公開：1学級

授業者：岩崎 真理子

指導者：新潟大学教職大学院 准教授 阿部 好貴 様



研究推進責任者
長岡市立宮内中学校
星野 志保



教科・領域担当者
長岡市立刈谷田中学校
岩崎 真理子

こんな深い学びの姿を目指します

数学的な見方・考え方を働かせて、既存の知識がどのように使えるか見通しを立て課題を追究する姿を目指します。具体的な数値で考えるとわかることも、一般化する際には新たな課題となることがあります。生徒は既習事項を組み合わせることで課題の追究に向けた見通しを立て、試行錯誤しながら証明をつくり上げていきます。個々の実態に応じた説明や証明の構成が見出される過程で「深い学び」が実現します。

主な手立て（「深い学びの20の技法」「生徒の主体的な課題解決過程」との関連）

ポイント1（「深い学びの技法」のNo.2）

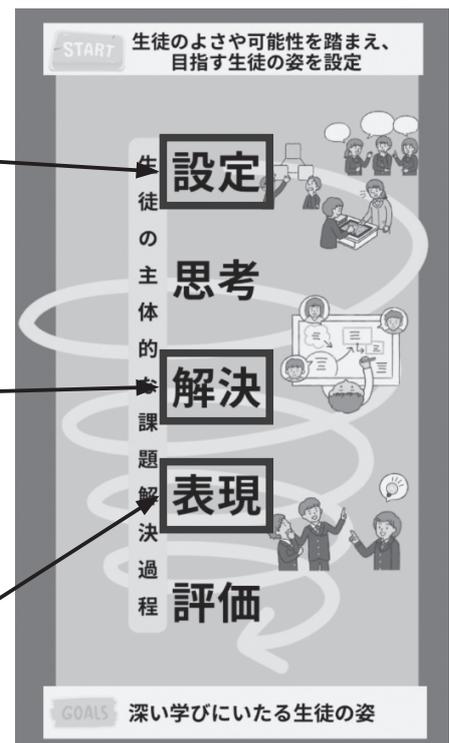
図形の性質が常に成り立つために証明の必要性を感じる課題を設定する。

ポイント2（「深い学びの技法」のNo.9）

結論を導く見通しを立てるために既存の知識を確認する。

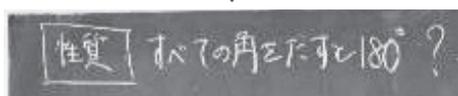
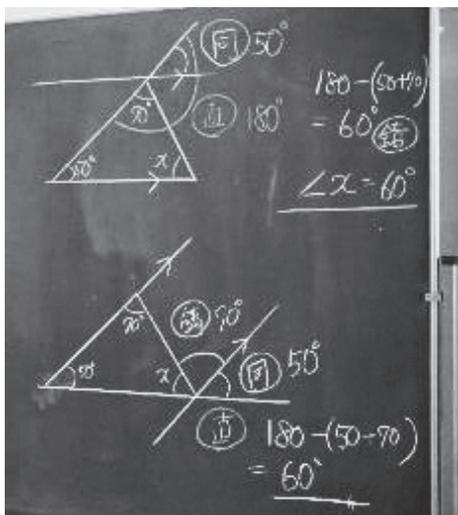
ポイント3（「深い学びの技法」のNo.13）

論理的な証明にするために定義や定理を根拠とした説明を行う。



単元(題材)の様子

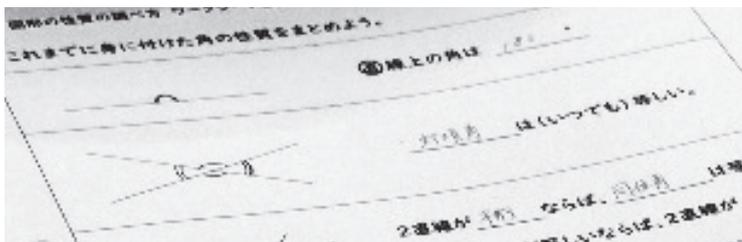
ポイント1



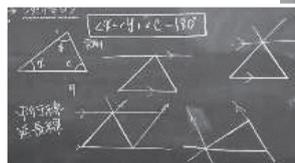
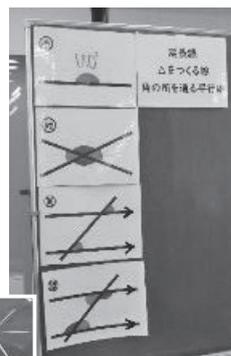
具体的な数値を使った求値問題や条件を限定した問題などで既習事項を想起させます。その上で、問題から見いだされた事柄がどんな場合でも成り立つか問いかけます。

既習事項から新たな問い(一般化の必要性など)が生まれたり、既習事項だけで簡潔に説明できない違和感を認識したりすることが、証明することの必要感へとつながります。

ポイント2

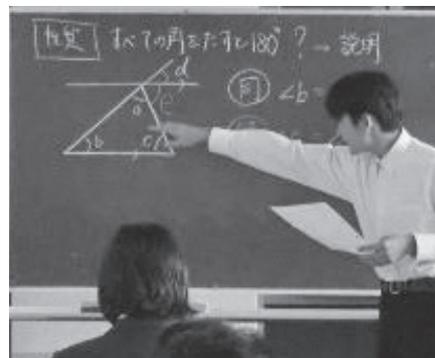


新たな課題を追究する見通しを立てるために、これまで学んできた知識を確認します。自らが使える道具(定義や定理)を認知することにより、どのように組み合わせて課題に立ち向かっていくか、方向性を見出せるようになります。



ポイント3

定義や定理などを根拠にして、一般的に成り立つことを説明します。すぐに論理的な証明の形にならなくても自分なりの表現で伝えることを重視します。



説明を周りの生徒と共有する過程を通して、より論理的な証明を組み立てる力を育成します。

研究会

相似な図形の性質や2学年で学習した図形の基本的な性質をもとにして、線分の比を用いて2直線が平行であることの証明を考える授業を予定しています。

生徒はこれまでに学んできた知識を組み合わせながら、どのように証明すればよいかを考えます。さらに、他の生徒と解決の過程を共有し、自他の考えを比較することを通して、自分の言葉でより論理的な証明ができるようにします。



数学 <新潟地区／新潟市中教研>

11月7日(木) 研究会開催

研究主題：数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成する授業

～「課題設定」「見通し」「まとめ」に注目した授業改善～

単元名：「1年：変化と対応」 授業者：渡辺 大樹

「2年：図形の調べ方」 授業者：古川 智子

「3年：関数 $y=ax^2$ 」 授業者：工藤 貴史

会場校：新潟市立内野中学校

公開：3学級

指導者：新潟市立総合教育センター 指導主事 熊谷 友良 様



研究推進責任者
新潟市立上山中学校
関谷 卓也



教科・領域担当者
新潟市立内野中学校
斎藤 麻子

こんな深い学びの姿を目指します

数学科における「深い学び」とは、『数学的な見方・考え方を働かせ、数学的に考える資質・能力を育成する学び』です。その実現には、数学的活動が欠かせません。

本研究では、①数学的活動の出発点である<課題>を生徒が設定する姿、②数学的な見方・考え方を働かせるための<見通し>を生徒がもつ姿、③培う資質・能力である<まとめ>を生徒が整理する姿を目指しています。

主な手立て(「深い学びの20の技法」「生徒の主体的な課題解決過程」との関連)

ポイント1 (「深い学びの技法」のNo.1)

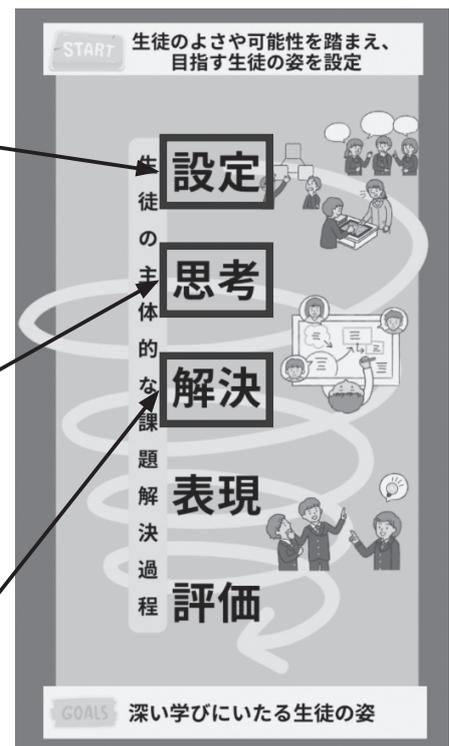
<課題設定> 予想とのズレ、既習とのズレを進展させ、「どのように」「なぜ」から始まる課題を生徒から引き出す。

ポイント2 (「深い学びの技法」のNo.9)

<見通し> 既習を振り返ることを通して、生徒が働かせる数学的な見方・考え方を、方法の見通しとしてもたせる。

ポイント3

<まとめ> 「どのように」「なぜ」から始まる課題に立ち返るように促し、生徒から学習内容(資質・能力)を引き出す。





単元(題材)の様子 中1 変化と対応 ～反比例の導入の授業～

- ① 導入では「視力5.0を測るランドルト環の大きさを求めよう」という問題を提示しました。そして、実測を行い視力と直径の関係を整理しました。

そして、授業者が、「視力1.0の時の5倍だから、直径は3.75cmだ」と、比例の関係をそのまま適応させた誤答を提示しました。当然、生徒は視力と直径の関係が比例でないことを指摘します。

このようなやり取りを通して、既習である比例とのズレを發展させ「視力と直径にはどのような関係があるのだろうか?」という課題を生徒と設定しました。

ポイント1

問 視力5.0を測るランドルト環の大きさを求めよう。

視力	0.1	0.3	0.7	1.0	5.0
直径 (cm)	7.5	2.5	1.05	0.75	3.75

計算式: $7.5 \div 10 = 0.75$, $0.75 \times 5 = 3.75$

- ② 比例の学習の際から単元名である「変化(横の見方)と対応(縦の見方)」に着目を促してきました。

本時の問題解決においても、授業者は生徒に、比例の特徴を参考にして調べるように促しました。そして、横の見方で考えた人は赤で囲み、縦の見方で考えた人は緑で囲むように指示をして追究を促しました。

このように既習を振り返ると、生徒が働かせる数学的な見方・考え方を、方法の見通しとしてもたせることができます。

ポイント2

視力と直径の関係はなにか?

視力	0.1	0.3	0.7	1.0	5.0
直径	7.5	2.5	1.05	0.75	?

計算式: $7.5 \div 3 = 2.5$, $7.5 \div 10 = 0.75$, $7.5 \div 0.7 = 10.7$

課題: 視力と直径にはどのような関係があるのだろうか?

視力	0.1	0.3	0.7	1.0	5.0
直径	7.5	2.5	1.05	0.75	?

関係式: $0.75 = \text{直径} \times \text{視力}$

- ③ まとめの場面では、課題「視力と直径にはどのような関係があるのだろうか?」に立ち返り、視力と直径の関係を横の見方・縦の見方のそれぞれでまとめるように促しました。生徒は右図のようにまとめることができました。

このように、「どのように」や「なぜ」から始まる課題を設定し、解決後に課題に立ち返ると、生徒からまとめを引き出すことができます。そうすることで、生徒は問題を解決する際に用いた数学を整理することができます。

ポイント3

<横の関係>
視力が3、4、5、...倍すると直径は $\div 3$ 、 $\div 4$ 、 $\div 5$ 、...になる

<縦の関係>
視力 \times 直径=0、75

研究会

研究会当日は、3つの授業を公開します。事前に指導案を読んだり、可能であれば事前に授業を実践してきてください。

当日は手立ての有効性や、よりよい指導の方法など、具体的な協議を行いましょう。また、研究会後、ご自分の授業で追試してみてください。

この研究会を通して、日ごろの授業を「数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成する授業」に近づけていきましょう。



<昨年の一斉研修の様子>

数学 <下越地区／五泉市・東蒲原郡中教研>

11月26日(火) 研究会開催

研究主題：数学的な見方・考え方を働かせながら、
課題解決を図る生徒の育成

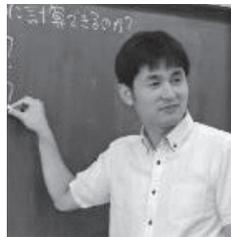
単元名：「3年：相似な図形」～相似な図形の面積比～

会場校：五泉市立五泉北中学校

公開：1学級

授業者：知野 憲太

指導者：新発田市立東小学校 校長 五十嵐 潤 様



研究推進責任者
阿賀町立阿賀津川中学校
大竹 大智



教科・領域担当者
五泉市立五泉北中学校
知野 憲太

こんな深い学びの姿を目指します

「課題に対して既習事項等から総合的に判断し、自己との関わりを振り返る生徒」の育成を目指します。課題設定の場面では、事象の「数学化」の過程を大切に、生徒が主体的に課題と関わることができるようにします。課題解決の場面では、既習事項との関連を踏まえ互いの考えを説明したり、比較したりすることで自分の考えを見つめ直せるようにします。振り返りの場面では、単元を通してロイロノートに学びを蓄積させ、学んだことの体系化や事象への活用・意味づけを図ります。

主な手立て(「深い学びの20の技法」「生徒の主体的な課題解決過程」との関連)

ポイント1(「深い学びの技法」のNo.2)

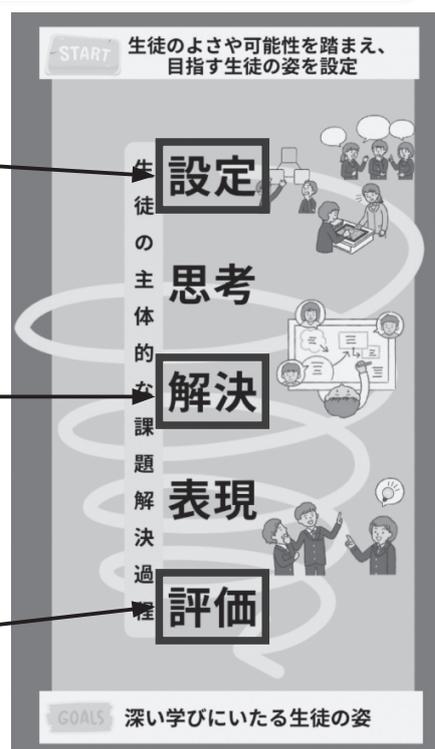
既習事項や疑問を確認して、学習の見通しをもち、課題の設定を行う。

ポイント2(「深い学びの技法」のNo.10)

いつでも仲間との対話や既習事項の確認ができる環境を整え、練り合いや練り上げをする。

ポイント3(「深い学びの技法」のNo.19)

学習成果を体系的に蓄積し、自己との関わりを振り返る。



単元(題材)の様子

課題設定の場面では、事象を「数学化」させるときに出てきたわかったことや疑問を整理し、全体で共有します。このことにより、課題の追究に向けた見通しを立てやすくし、より主体的に活動に取り組むことができるようにします。

ポイント1

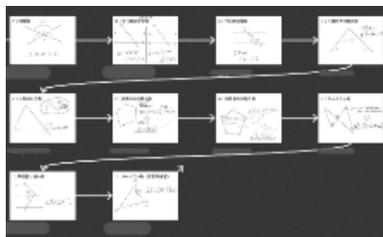


既習事項をいつでも確認できる環境を整えます。単元を通して、学んだ知識をICT機器に体系的に蓄積させます。また、それを授業中に必要に応じて確認することができるようにします。これにより、生徒は課題に関わる既習の知識や技能を関連付けることができ、統合的・発展的に考えることができるようになります。

ポイント1・2

授業の開始からグループを編成し、いつでも仲間と対話できる環境をつくります。発問や課題に対しての自他の考えを比較できるようにすることで、仲間との練り合いや練り上げを常に行えるようにします。

ポイント2



学んだ知識や技能をロイロノートに蓄積し、単元を通して学んだことを体系化していきます。

また、それぞれの過程で働かせた見方・考え方を振り返り、それらを生かして日常生活や社会の事象での「活用・意味づけ」につなげることができるようにします。

ポイント3

研究会

授業では、日常生活の場面として「ピザの販売」について扱います。

相似な図形の面積比を活用して、ピザのサイズと値段との関係について考えます。さらに、生徒たちはピザの新たなサイズと価格設定も考え提案します。

生徒たちが仲間と互いの考えを共有したり、比較したりしながら考えを深めることを目指します。

